

総合研究大学院大学高エネルギー加速器科学研究科

物質構造科学専攻 専門科目

5年一貫制博士課程入学試験問題

平成26年8月27日（水）13時00分～16時00分

注意

- ☆ 答案用紙の所定の欄に，受験番号，氏名を記入すること。
- ☆ 各自に計算用紙1枚が配布されていることを確認すること。
- ☆ 数学基本問題，数学標準問題，物理基本問題，物理標準問題，化学基本問題，化学標準問題，生物基本問題，生物標準問題の中から，4つを選んで解答すること。
- ☆ 各自，採点を希望する4つの問題の解答用紙だけを試験終了時に提出すること。
- ☆ 各問題に対して，答案用紙は複数使用してよいが，(○○○○) 問題 (□) 枚目「例えば，(数学 基本) 問題 (1) 枚目」というように，所定の欄に，選択した問題名および答案用紙の順番を記入すること。解答できない場合も，受験番号，氏名，問題名を記入して提出すること。
- ☆ 答案用紙・計算用紙がさらに必要な場合は，挙手をして監督者に知らせること。

問題は次頁

数学 基本問題

$x=g(u, v)$ および $y=h(u, v)$ で与えられる曲線座標系 (u, v) を考える. xy 平面で, u および v が一定の線は図 1 に示されたように曲線になる. u および v をそれぞれわずかに $(\Delta u$ と $\Delta v)$ 変化させた曲線を描くと図 2 のように曲線で囲まれた領域 $ABCD$ が定義できる.

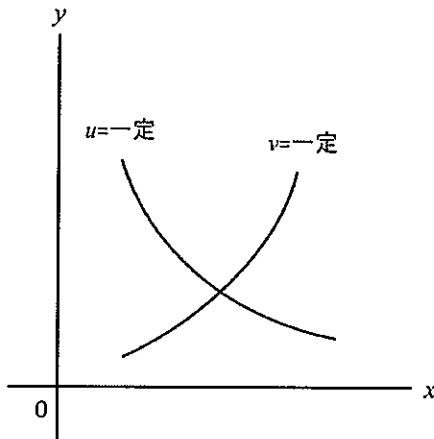


図 1

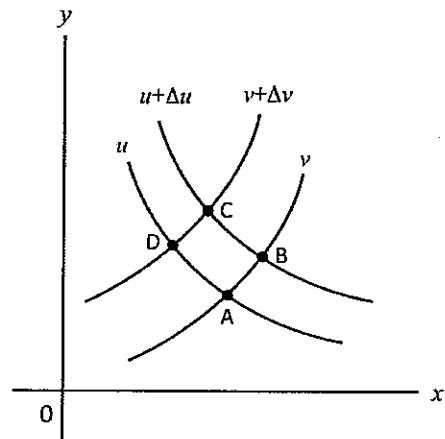


図 2

【問 1】

Δu と Δv が十分に小さければ領域 $ABCD$ は平行四辺形とみなすことができる. 頂点 A, B, C, D の座標をそれぞれ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ とすると平行四辺形 $ABCD$ の面積 ΔS は,

$$\Delta S = \left| (y_3 - y_2)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_2) \right| \quad (1)$$

で表されることを示せ.

【問 2】

今, Δu と Δv は非常に小さい量なので,

$$x_2 - x_1 = \frac{\partial x}{\partial u} \Delta u \quad (2)$$

と表される. 同様に, $x_3 - x_2, y_2 - y_1, y_3 - y_2$ についてもそれぞれ(2)式と同様に表し,

問 1 の面積 ΔS について示せ.

【問 3】

上記, 問 1 と問 2 から直交座標系における関数 $f(x, y)$ の曲線座標系 (u, v) における 2 重積分は,

$$\iint f(x, y) dx dy = \iint f(g(u, v), h(u, v)) \cdot |J| du dv$$

$$\text{ただし, } J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} \quad (3)$$

で与えられ, J はヤコビアン (Jacobian) と呼ばれる行列式である. このヤコビアンを利用して, 2 次元極座標 (ρ, ϕ) に対して $x = \rho \cos \phi$, $y = \rho \sin \phi$ とし,

$$\iint_C f(x, y) dx dy = \iint_{C'} f(\rho \cos \phi, \rho \sin \phi) \rho d\rho d\phi$$

が成り立つことを示せ. ここで C および C' はそれぞれ対応する積分範囲を示す.

【問 4】

直交座標系 (x, y, z) から曲線座標系 (u, v, w) への座標変換における 3 重積分についても上式 (3) と同様に表され, そのヤコビアンは,

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix} \quad (4)$$

で与えられる. このことを用いて 3 次元極座標系 (r, θ, ϕ) に対して $x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$, $z = r \cos \theta$ とし,

$$\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_{D'} f(r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta) r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

が成り立つことを示せ. ここで D および D' はそれぞれ対応する積分範囲を示す.

数学 標準問題

【問 1】

一般に、周期 2π の実数値連続関数で、かつ、区間 $-\pi \leq x \leq \pi$ で1階導関数が区分的に連続な $f(x)$ を考えた場合、そのフーリエ級数、

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

は $f(x)$ に一様収束する。このことを使って、

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

であることを示せ。

【問 2】

以上の $f(x)$ に対する連続性の条件をやや緩め、 $f(x)$ が同区間で区分的に連続であるとした場合も、問1のようにフーリエ係数 $a_n (n \geq 0)$ 、 $b_n (n > 0)$ を定義する。具体例として、区間 $-\pi \leq x < \pi$ で以下のように定義され、かつ、その外側に周期 2π で繰り返された関数 $f(x)$ を考える。

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 & (-\pi \leq x < 0) \\ &= 1 & (0 \leq x < \pi) \end{aligned}$$

関数 $f(x)$ に対応するフーリエ級数 $\tilde{f}(x)$ を求めよ。

【問 3】

問2で求めた $\tilde{f}(x)$ の $n=1$ までの部分和の概形、および、 $n=3$ までの部分和の概形を $-\pi \leq x < \pi$ の範囲内で図示せよ。

【問 4】

問2における $\tilde{f}(x)$ と $f(x)$ との違いは何か。また、その違いが生じる理由を述べよ。

【問 5】

問2の結果を使って以下の等式を証明せよ。

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

問題は次頁

物理 基本問題

【問 1】(力学)

図 1 のように天井に固定されたバネの下方に質量 m の物体が固定されている。鉛直方向を x 軸と定義し、以下の議論で、重力の効果を相殺するために物体のつりあいの位置を x 軸の原点とし、また、原点から下方を正の方向とする。物体の位置が x のとき、 $-kx$ (k はバネ定数: $k > 0$) だけの力がバネによって物体に働くとする。

x_0 の位置まで引き伸ばし、時刻 $t = 0$ で初速度が 0 になるように静かに手を放すと物体は振動運動を開始したという。その場合の物体の運動を考える。ただし、バネの質量は十分に無視できるものとする。

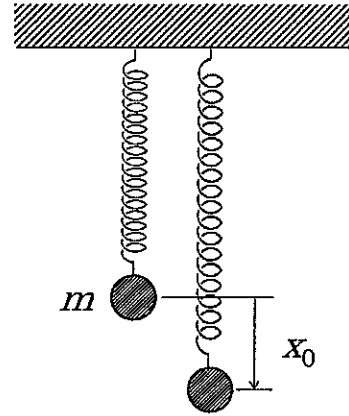


図 1

- (1) 時刻 t における物体の位置 $x(t)$ を求める運動方程式を m , x , t , k を用いて示せ。
- (2) 上の運動方程式を $t = 0$ における位置と速度の初期条件を考慮して解き、角振動数 ω_0 を求めよ。また、時刻 t における物体の位置 $x(t)$ を、 ω_0 を用いて示せ。
- (3) 詳しく測定すると、物体にはわずかに空気抵抗等のために速度 v に比例する抵抗力が存在することがわかり、その力は $-2\gamma v$ ($\gamma > 0$) であった。そのときの運動方程式を書け。
- (4) 上の運動方程式を、(2) と同様に初期条件を考慮して解き、時刻 t における物体の位置 $x(t)$ を数式で示せ。また、その運動の様子を図示せよ。ただし、抵抗力は非常に小さく、 $\gamma < \omega_0$ である。

【問 2】（電磁気学）

(1) 図 2 に示すように、原点($\vec{r} = \vec{0}$)に電荷 Q ($Q > 0$) の点電荷が真空中に置かれているとする。このときの任意の位置 \vec{r} における電位を Q, \vec{r} を用いて数式で表せ。ただし、SI 単位系を用い、真空の誘電率は ϵ_0 、無限遠で電位は 0 であるとする。

$$\vec{r} = \vec{0}$$
$$\dot{Q}$$

図 2

(2) そのときの電気力線の様子を方向も含めて図に示せ。

(3) 次に図 3 のように、この点電荷から距離 a だけ離れた場所に無限に広い導体の面が置かれた。このときの電気力線の様子を記述し、そのようになる理由を簡潔に述べよ。

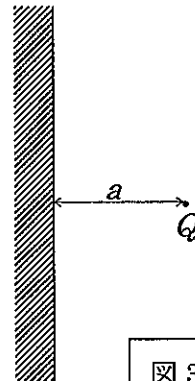


図 3

(4) (3) の状況で、点電荷には力が働くであろうか。働くとする、その理由を記述し、その方向と大きさを Q, a, ϵ_0 を用いて表せ。

物理 標準問題

一次元系において、ポテンシャルを座標 x に対して $V(x)$ と表わすとき、系は以下のシュレディンガー方程式で記述される。ここで、粒子の質量を m 、波動関数を $\psi(x)$ 、プランク定数 h を 2π で割ったものを \hbar 、エネルギー固有値を E とする。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

【問 1】

シュレディンガー方程式において、ポテンシャルを

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

で与え、 $V_0 > 0$ とする。 $E > V_0$ の場合、粒子がポテンシャルに $x < 0$ の側から入射するとき、解を

$$\psi(x) = \begin{cases} A_1 \exp(ikx) + B_1 \exp(-ikx) & x < 0 \\ A_2 \exp(ik'x) + B_2 \exp(-ik'x) & 0 \leq x \leq a \\ A_3 \exp(ikx) & x > a \end{cases}$$

とする。このときの k および k' を求めよ。

【問 2】

シュレディンガー方程式を解き、反射係数 $R = |B_1 / A_1|^2$ および透過係数 $T = |A_3 / A_1|^2$ を、 k および k' を用いて表わせ。ただし、解答は実数関数で表わすこと。

【問 3】

反射係数と透過係数の和 $R+T$ を求めよ。

【問 4】

反射が起きない場合 ($R=0$)、その条件を求めよ。

問題は次頁

化学 基本問題

【問1】

- (1) 炭素の同素体には、グラファイト、ダイヤモンドなどがある。グラファイトとダイヤモンドの結晶構造および電子構造、物性について簡潔に述べよ。結晶構造に関しては見やすい図を用いて説明すること。
- (2) 最近、グラフェン、高温超伝導体、光触媒、リチウムイオン電池材料、燃料電池材料、有機電界発光素子材料など新しい機能性材料が注目を集めている。このような機能性材料を1つ選び、どのような物性が興味深いか、どのような手法で研究されているか、どのような産業利用が期待されているか等について簡潔に述べよ。
- (3) 白金は代表的な触媒として広く使用されている。白金の化学的性質、触媒作用、触媒としての用途について簡潔に述べよ。
- (4) アセトンの構造式、化学的性質、用途、危険性等について簡潔に述べよ。

【問2】

- (1) 真空中に排気した装置内に設置した金属酸化物表面に吸着した水分子の濃度 $[\text{H}_2\text{O}]$ の変化を測定したところ、反応速度式

$$\frac{d[\text{H}_2\text{O}]}{dt} = -k[\text{H}_2\text{O}]$$

が得られた。ここで k は熱脱離の速度定数である。水分子の濃度 $[\text{H}_2\text{O}](t)$ を時刻 t の関数として表せ。また、答えに至る過程を示せ。ただし、時刻 $t=0$ における水分子の濃度を C_0 とする。

- (2) 吸着した水分子の濃度 $[\text{H}_2\text{O}]$ を 1 m^2 あたりの水分子の個数で表すことにする。時刻 $t=0$ において、水分子は金属酸化物表面上に $4.0\text{ \AA} \times 2.5\text{ \AA}$ あたり1個吸着していると仮定して、このときの水分子の濃度 C_0 を有効数字2ケタで示せ。ただし、 \AA は長さの単位であり $1\text{ \AA}=0.1\text{ nm}$ である。
- (3) 300 K (26.85°C) において k を測定したところ、 $k=1 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$ が得られた。水分子の濃度 $[\text{H}_2\text{O}](t)$ が $C_0/2$ となる時刻 $t_{1/2}$ を有効数字2ケタ、単位は時間 (hour) で求めよ。ただし、2の自然対数 $\ln 2$ は $\ln 2 = 0.693$ と近似すること。
- (4) 熱脱離の速度定数 k はある程度の温度範囲ではアレニウスの式

$$k = A \exp\left(-\frac{E_d}{k_B T}\right)$$

を満たすことが知られている。ここで A は頻度因子 (定数, $1 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ 程度), E_d は脱離の活性化エネルギー, k_B はボルツマン定数, $k_B = 8.6171 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$, T は絶対温度 (K) である。 $\ln k$ を $1/T$ に対して $T = 300 \text{ K} \sim 480 \text{ K}$ の範囲でプロットしたところ, 直線に乗り, その勾配は $-b$ であった。この実験データから E_d を求める式を記述せよ。

(5) (4) の実験の結果, $E_d = 1 \text{ eV}$ が得られたとする。そこで

表計算ソフトを用いて, $\exp(-\frac{E_d}{k_B T})$ の計算を行なったところ,

右の表を得た。ここで $1.59\text{E}-17$ は 1.59×10^{-17} を表す。 300 K における水分子の脱離速度の 10^5 倍の脱離速度を得たい場合, 金属酸化物表面を何 K まで加熱すればよいか。有効数字 2 ケタで答えよ。

T [K]	Exp(- $E_d/k_B T$)
300	1.59E-17
310	5.52E-17
320	1.78E-16
330	5.34E-16
340	1.50E-15
350	3.98E-15
360	1.00E-14
370	2.39E-14
380	5.46E-14
390	1.19E-13
400	2.51E-13
410	5.10E-13
420	1.00E-12
430	1.90E-12
440	3.51E-12
450	6.31E-12
460	1.11E-11
470	1.89E-11
480	3.16E-11

化学 標準問題

【問1】化学結合に関する以下の問いに答えよ。ただし、 p 軌道の図において、波動関数の位相の違いを濃淡で表現している。

(1) 図1のように z 軸上に二つの同じ原子が並んだ等核二原子分子を考える。それぞれの原子の p_z 軌道と p_x 軌道から分子軌道を構成するとき、結合性の σ 、 π 軌道、および反結合性の σ^* 、 π^* 軌道は、それぞれ以下の(あ)～(え)のどれに対応するか。

- (あ) 二つの原子の p_z 軌道どうしを同符号で重ね合わせたもの。
- (い) 二つの原子の p_z 軌道どうしを逆符号で重ね合わせたもの。
- (う) 二つの原子の p_x 軌道どうしを同符号で重ね合わせたもの。
- (え) 二つの原子の p_x 軌道どうしを逆符号で重ね合わせたもの。

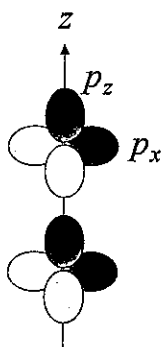


図1

(2) 図2は、分子軸を z 軸方向に向けた酸素分子(O_2)の $2p$ 軌道に関わる分子軌道のエネルギー準位を模式的に示したものである。(あ)～(え)それぞれの分子軌道が主にどの原子軌道($2p_x$, $2p_y$, $2p_z$)から構成されるかを示すとともに、基底状態においてそれぞれの準位を占有する電子の数とスピンの向きがわかるように、 \uparrow と \downarrow で示せ。ここで \uparrow と \downarrow はそれぞれ、異なる向きのスピンをもつ一つの電子を意味する。なお、酸素原子の原子番号は8である。

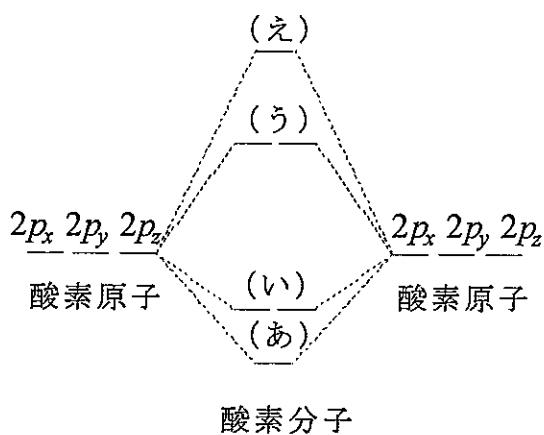


図2

(3) ブタジエン分子 ($\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}_2$) は四つの炭素 (C) 原子が一つの平面上 (xy 平面とする) にあり, その平面内で sp^2 混成軌道をとっていると考えられる. このとき, 残された p_z 軌道は, 図3に模式的に示すように, いくつかの分子軌道を形成する. これらをエネルギーの低い順に並べ, その理由を述べよ. なお, 隣り合う原子の p_z 軌道どうしの相互作用のみを考慮するものとする.

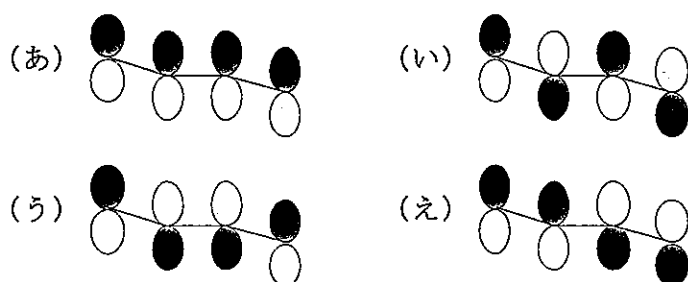


図3

(4) 図4は金属イオン M^{n+} (黒丸) に電子供与性の配位子 L (白丸) が八面体配位および四面体配位した錯体の模式図である. このとき, 孤立状態では縮退している M^{n+} の五つの d 軌道 ($d_{z^2}, d_{x^2-y^2}, d_{xy}, d_{yz}, d_{zx}$) のエネルギー準位は, 配位子場によって二つに分裂する.

八面体配位および四面体配位それぞれの場合について, エネルギー準位の分裂の結果, 五つの d 軌道のうち, どの軌道のエネルギーが高くなるかを理由とともに示せ.

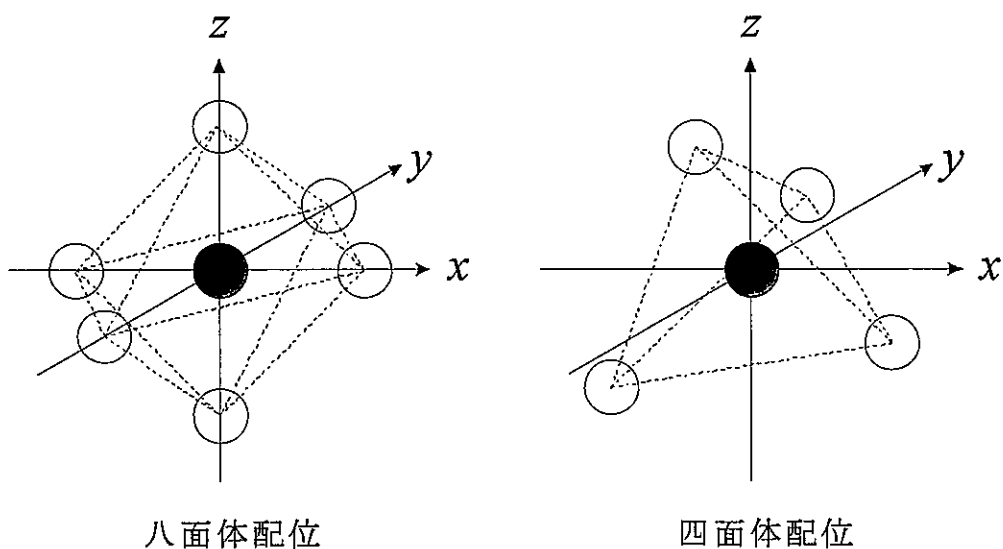


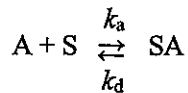
図4

【問2】

一定温度で気体分子が固体表面に吸着するときの被覆率 θ と分子の分圧 P の関係を求めたい。気相中の分子をAとし、固体表面上にはAが吸着できる有限の吸着点（吸着サイト）があるとして、以下の問いに答えよ。ここで θ は、全ての吸着点が占有されたときの吸着分子の量（飽和吸着量）に対して、どれだけの分子が表面に吸着しているかを示す割合として定義される。すなわち、全ての吸着点に分子が吸着した場合、 $\theta=1$ となる。

(1) Aが吸着していない吸着点をS, Aが吸着した吸着点をSAとする。表面上に存在する吸着点の総数を N とすると、SおよびSAの個数 N_S および N_{SA} は N と θ を用いてどのように表せるか。

(2) Aの吸着と脱離の平衡は以下のように表せる。



ここで、 k_a および k_d は、それぞれ吸着の速度定数および脱離の速度定数である。このとき、吸着の速度 v_a が、Aの分圧 P およびAが吸着していない吸着点の個数 N_S に比例するとして、 v_a を k_a, P, N, θ を用いて表せ。

(3) Aの脱離の速度 v_d が、Aが吸着している吸着点の個数 N_{SA} に比例するとして、 v_d を k_d, P, N, θ を用いて表せ。

(4) 吸着平衡状態においては θ が時間によらず一定となる。このとき、 θ を P, k_a および k_d を用いて表せ。

【問3】

(1) 内部エネルギー $U(S, V)$ の全微分は、温度 T 、圧力 P 、エントロピー S 、体積 V を用いて、 $dU = TdS - PdV$ と表せる。同様に、エンタルピー $H(S, P) = U + PV$ およびヘルムホルツの自由エネルギー $F(T, V) = U - TS$ 、に対する全微分を求めよ。

(2) $dU = TdS - PdV$ から、以下の関係式が得られる。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P$$

この二つの式を、それぞれ V と S で偏微分することにより、以下の関係式を証明せよ。

$$\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V = -\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S$$

(3) 物質の出入りがある系においては、ギブスの自由エネルギー $G = F + PV$ の全微分は以下のように与えられる。

$$dG = -SdT + VdP + \sum_i \mu_i dn_i$$

ここで、 μ_i は成分 i の化学ポテンシャル、 n_i は成分 i のモル数である。今、ある物質Bが、一つの容器の中で液相と気相に分離している。液相、気相におけるBの化学ポテンシャルをそれぞれ μ_L, μ_G 、モル数を n_L, n_G としたとき、定温、定圧条件下におけるこの系全体の G の微小変化 δG を、液相におけるBのモル数の微小変化 δn_L を用いて表せ。

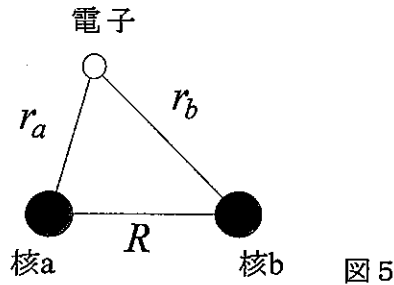
(4) 系が平衡状態にあるとき、 G は極小となる。物質Bが液相と気相の間で平衡状態になるための μ_L, μ_G の条件を示せ。

(5) 系の自発的な変化は、 G が小さくなる方向に起こる。 $\mu_L > \mu_G$ が成り立っている場合、定温、定圧条件下において、物質Bはどちらの相からどちらの相へ自発的に移動するか。

【問4】

二つの水素原子核と一つの電子からなる水素分子イオン (H_2^+) に関する以下の問いに答えよ。

(1) 水素分子イオンの座標を図5に示す (r_a, r_b, R はそれぞれ、図に示された距離を表す)。電子の質量を m_e 、電荷を $-e$ とするとき、電子のポテンシャルエネルギー V を SI 単位系で記述せよ。ただし、水素原子核 a, b は静止しているものとし、真空の誘電率として ϵ_0 を用いよ。



(2) 水素分子イオンの分子軌道 $\phi(\vec{r})$ を、二つの水素原子の $1s$ 原子軌道関数 $\phi_a(\vec{r})$ と $\phi_b(\vec{r})$ の線形結合 $\phi(\vec{r}) = c_a\phi_a(\vec{r}) + c_b\phi_b(\vec{r})$ で近似することにする (\vec{r} は電子の位置座標)。このとき、変分原理によれば、ハミルトニアンを \hat{H} としたとき、エネルギー $\epsilon = \frac{\int \phi^*(\vec{r}) \hat{H} \phi(\vec{r}) d\vec{r}}{\int \phi^*(\vec{r}) \phi(\vec{r}) d\vec{r}}$ が極小値をとるように c_a, c_b を求めればよい。これを用いて、規格化された分子軌道の二つの解 ϕ_g (対称性軌道) と ϕ_u (反対称性軌道)、および対応するエネルギー ϵ_g と ϵ_u を求めよ。

ただし、 $\phi_a(\vec{r})$ と $\phi_b(\vec{r})$ の重なり積分を S ($S \equiv \int \phi_a^*(\vec{r}) \phi_b(\vec{r}) d\vec{r}$)、クーロン積分を H_{aa}

($H_{aa} \equiv \int \phi_a^*(\vec{r}) \hat{H} \phi_a(\vec{r}) d\vec{r}$)、共鳴積分を H_{ab} ($H_{ab} \equiv \int \phi_a^*(\vec{r}) \hat{H} \phi_b(\vec{r}) d\vec{r}$) とする。

問題は次頁

生物 基本問題

DNA とタンパク質に関する以下の問いに答えよ。

【問 1】

生物の遺伝情報を担う DNA は、4 種類のデオキシリボヌクレオチド（以下、ヌクレオチド）が鎖のように連なったポリヌクレオチドで、相補的な塩基どうしが水素結合を形成して二重らせん構造をとることが知られている。DNA を構成する 4 種類のヌクレオチドの名称を答えよ。また、相補的な塩基の組み合わせも合わせて答えよ。

【問 2】

細胞分裂の際に DNA は半保存的に複製され、娘細胞には親細胞と同じ遺伝情報が伝えられる。半保存的複製とはどのような複製方式かを述べよ。必要に応じて図を用いてもよい。

【問 3】

DNA の半保存的複製を証明したメセルソン-スタールの実験の概要を述べよ。必要に応じて図を用いてもよい。

【問 4】

以下の（ア）～（コ）のカッコ内に当てはまる語句を書け。同じ記号には同じ語句がはいる。

タンパク質はアミノ酸どうしがペプチド結合でつながったポリペプチド鎖である。タンパク質を構成するアミノ酸は 20 種類あり、荷電アミノ酸、極性アミノ酸、（ア）アミノ酸に分けられる。荷電アミノ酸には（イ）や（ウ）などの酸性アミノ酸と、（エ）や（オ）などの塩基性アミノ酸がある。ペプチド結合のアミド基とカルボニル基が規則的に（カ）結合を形成することでタンパク質の二次構造が形成される。代表的なタンパク質の二次構造は（キ）と（ク）である。ポリペプチド鎖がさらに三次元的に折り畳まれることでタンパク質の三次構造が形成される。三次構造を形成する原動力はアミノ酸どうしの中に働く分子間力や疎水性相互作用である。分子間力には、前述の（カ）結合の他に、荷電アミノ酸どうしの中の（ケ）結合や、ファンデルワールス力などがある。細胞外などの酸化状態の環境では、極性アミノ酸であるシステインが（コ）結合を形成して三次構造を安定化する場合もある。

【問 5】

タンパク質の構造を表す言葉には、二次構造、三次構造以外にも、一次構造、四次構造がある。一次構造と四次構造とはそれぞれ何のことか答えよ。

問題は次頁

生物 標準問題

タンパク質の発現、精製、生化学的解析に関する以下の問いに答えよ。

【問 1】

以下の（ア）～（コ）のカッコ内に当てはまる語句を書け。同じ記号には同じ語句がはいる。

タンパク質を大腸菌で発現させるためには、目的タンパク質をコードする遺伝子を発現ベクターに組み込んで大腸菌を形質転換する。発現ベクターとしてよく用いられるプラスミドは、複製開始点を持ち大腸菌内で自律的に複製して増えることができる。形質転換された大腸菌の選別のために、タンパク質発現用に設計されたプラスミドは、通常アンピシリンなどの（ア）に対する耐性遺伝子を持っている。目的タンパク質の遺伝子は、*lac* プロモーターなどのプロモーター配列の下流に組み込むことになる。プロモーター配列には（イ）が結合して mRNA への転写を開始する。*lac* プロモーターを用いた発現ベクターの場合、プロモーター配列のすぐ下流に *lac* オペレーター配列があり、そこに（ウ）が結合する。（ウ）が結合することで転写は抑制される。培地にラクトースやイソプロピル-β-D-ガラクトピラノシド (IPTG) などの糖があると、（ウ）はオペレーター配列から外れて転写が開始できるようになる。そのため大腸菌培養液に IPTG を加えることで遺伝子の発現を誘導することができる。人工的に設計されたタンパク質発現用プラスミドの *lac* オペレーター配列の下流には通常（エ）切断部位が並んだマルチクローニング部位がある。そのため PCR 法などで増幅した目的遺伝子を（エ）で切断し、DNA リガーゼの働きでプラスミドと連結させることができる。PCR 法は、2本鎖 DNA を熱で（オ）させて 1本鎖とし、温度を下げて DNA 配列に相補的なプライマーを DNA に（カ）させ、温度を上げて耐熱性（キ）の酵素反応至適温度で DNA 鎖を伸長するというサイクルを繰り返すことで DNA を増幅する方法である。目的遺伝子を挿入するマルチクローニング部位の上流にはシャイン・ダルガノ (SD) 配列がある。転写された mRNA の SD 配列に（ク）が結合し、その下流の（ケ）コドンからタンパク質が翻訳され、（コ）コドンで翻訳が終了する。

【問 2】

出芽酵母由来のタンパク質 x と y の実験に関する以下の問いに答えよ。x の遺伝子 X と y の遺伝子 Y は、遺伝学研究から合成致死性を示すことが分かっている。この 2つの蛋白質 x と y の性質や機能を知るために、大腸菌を使って x、y を大量発現したのちに、2つのタンパク質をそれぞれ精製した。図 1 に示すチャート A は x 単独、チャート B は y 単独でゲルろ過をしたときの結果で、横軸に溶出体積、縦軸に 280 nm の吸光度を示す。ただし、ゲルろ過に際して、ゲルろ過のレジンとタンパク質には非特異的な相互作用はなく、ほぼ理想

的に実験が進んでいると考えてよい。

- (1) 遺伝学的研究において、合成致死性とは何か説明せよ。
- (2) ゲルろ過においてタンパク質を検出するために、280 nm の吸収をつかっている (Abs.280)。なぜこの方法でタンパク質の検出ができるのか。原理を述べよ。
- (3) タンパク質 x と y ではどちらの分子量が大きいと考えられるか。その理由も述べよ。
- (4) 次に、タンパク質 x と y を等モルずつ混合してゲルろ過を行ったところ、図1のチャートCのような結果が得られた。aのピークには、どのようなものが含まれていると考えられるか。その構成成分について詳しく書け。
- (5) 次に、タンパク質 y とその類縁タンパク質との一次構造を比較し、進化的に極めて保存性の高いタンパク質 y のフェニルアラニン残基1つを選んで、その残基をアラニンに変異し、その変異体タンパク質 y1 を精製した。この y1 と x とを等モルずつ混合してゲルろ過したところ、図1のDのような結果になった。このフェニルアラニン残基の役割について、実験結果から考えられる可能性を詳しく書け。ただし、y1 は円偏光二色性スペクトルの実験からほとんど y と同じスペクトルが得られているとする。

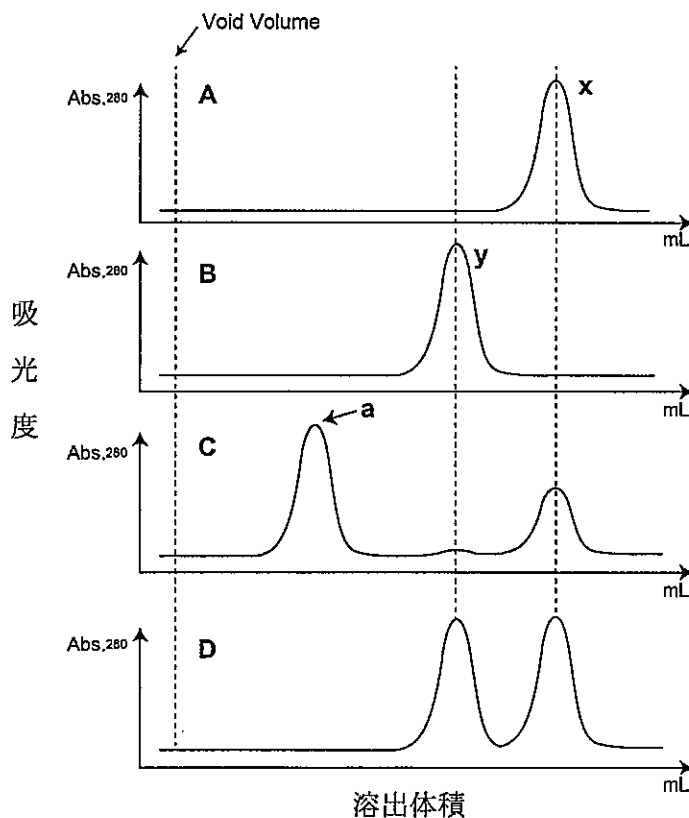


図 1

【問3】

抗原抗体反応はさまざまな生化学実験に利用されている。例えば細胞内で目的のタンパク質が発現しているかどうかを確認するためには、ウエスタンブロッティングという検出法が用いられる。これは細胞抽出液を変性条件でゲル電気泳動した後にメンブレンに転写し、目的のタンパク質に特異的に結合する抗体を使って目的タンパク質を検出する方法である。一方、免疫沈降法は抗原抗体反応をタンパク質間相互作用の検出に応用した例である。

- (1) タンパク質 A とタンパク質 B が結合するかどうかを免疫沈降法で調べたい。タンパク質 A とタンパク質 B はそれぞれゲル電気泳動で単一のバンドとなるまでの純度に精製できているものとする。タンパク質 A に特異的に結合するモノクローナル抗体をアガロースビーズに固定化したものがある。この抗体ビーズを使って A と B のタンパク質が結合することを示すための免疫沈降実験の手順を示せ。
- (2) モノクローナル抗体によってはウエスタンブロッティングには使用できるが免疫沈降には使えないものもある。その考えられる理由を述べよ。